(　　)組(　　)番　氏名(　　　　　　　　　　　　)　　得点(　　　)合計(　　　)

1 次の $\boxed{}$ を補え。(38 点)

(1) 1 個のさいころを 5 回投げるとき，

(i) 3 の倍数の目が 2 回出る確率は $\boxed{\dfrac{80}{243}}$ である。

(ii) 3 の倍数の目が少なくとも 1 回出る確率は $\boxed{\dfrac{211}{243}}$ である。

(2) さいころを

(i) 1 回投げたとき，出る目の数の期待値は $\boxed{\dfrac{7}{2}}$ である。

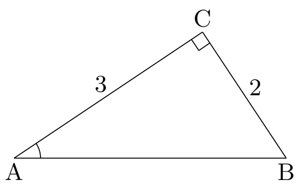
(ii) 2 回投げたとき，出る目の和を X としたとき，$\sin(30X)^\circ$ の期待値は $\boxed{-\dfrac{2+\sqrt{3}}{18}}$ である。

(3) 次の三角比の値を書け。

(1) $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$　(2) $\cos 45^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$

(3) $\tan 135^\circ = \boxed{-1}$　(4) $\cos 180^\circ = \boxed{-1}$

(4) 右の図で



$\sin A = \boxed{\dfrac{2\sqrt{13}}{13}}$

$\cos A = \boxed{\dfrac{3\sqrt{13}}{13}}$

$\tan A = \boxed{\dfrac{2}{3}}$

(5) 次の値を 0° から 90° の間の角の三角比を用いて表せ。

例. $\sin 130^\circ = \boxed{\sin 50^\circ}$

(i) $\cos 140^\circ = \boxed{-\cos 40^\circ}$

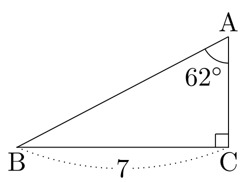
(ii) $\tan 190^\circ = \boxed{\tan 10^\circ}$

(iii) $\sin 290^\circ = \boxed{-\sin 70^\circ}$

(6) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{5}{4}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta = \boxed{\dfrac{9}{32}}$，

$\sin^3\theta + \cos^3\theta = \boxed{\dfrac{115}{128}}$

2 BC = 7, ∠C = 90°, ∠A = 62° の直角三角形 ABC の辺 AB, AC の長さを下の三角比の表を利用して求めよ。ただし，四捨五入して小数第 1 位までとする。(8 点)



三角比の表

角度	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
26°	0.438	0.899	0.488
27°	0.454	0.891	0.510
28°	0.470	0.883	0.532
29°	0.485	0.875	0.554
30°	0.500	0.866	0.577

【解答】

$\angle B = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$ であるから

$$\cos 28^\circ = \frac{7}{AB}$$

したがって

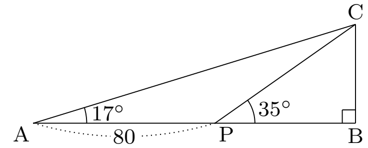
$$AB = \frac{7}{\cos 28^\circ} = \frac{7}{0.883} = 7.92\cdots$$ ⟵ 4 点

同様に，$\tan 28^\circ = \dfrac{AC}{7}$ より

$$AC = 7\tan 28^\circ = 7 \times 0.532 = 3.72\cdots$$ ⟵ 4 点

(答) **AB = 7.9, AC = 3.7**

3 右図の △ABC において次の辺の長さを求めよ。ただし，$\tan 17^\circ = 0.3$，$\tan 35^\circ = 0.7$ として計算せよ。(8 点)



(1) PB　　(2) BC

【解答】

PB $= x$, BC $= y$ とおくと，

$\tan 17^\circ = \dfrac{y}{x+80}$ より　$\therefore y = 0.3(x+80)$　……①

$\tan 35^\circ = \dfrac{y}{x}$ より　$\therefore y = 0.7x$　……②

② − ① より $x = 60$ すなわち **PB = 60**　……… (1) の答

②に代入して $y = 42$ すなわち **BC = 42**　……… (2) の答

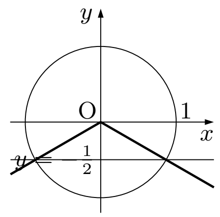
4 次の方程式を満たす θ の値を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ とする。(14 点)

(1) $2\sin\theta + 1 = 0$

【解答】

変形して $\sin\theta = -\dfrac{1}{2}$ となるから，直線 $y = -\dfrac{1}{2}$ と原点を中心とする半径 1 の円との交点と中心を結んで，求める角は

$\theta =$ **210°, 330°**　……(答)

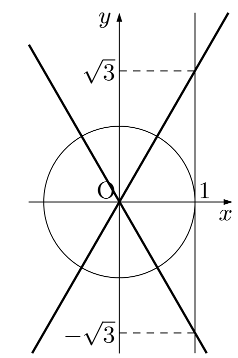


(2) $\tan^2\theta = 3$

【解答】

変形して $\tan\theta = \pm\sqrt{3}$ となるから，点 $(1, \pm\sqrt{3})$ と原点を結んで，求める角は

$\theta =$ **60°, 120°, 240°, 300°**　……(答)



$\boxed{5}$ 原点Oから出発して数直線上を動く点Pは，さいころを投げて4以下の目が出ると $+2$ 移動し，5以上の目が出ると -1 移動する。(14点)

(1) さいころを4回投げたとき，点Pの座標が2となる確率を求めよ。

【解答】

4以下の目が出た回数を n とすると，点Pの座標は

$$2n-(4-n)=2 \qquad \therefore n=2$$

したがって求める確率は

$${}_4C_2\left(\frac{4}{6}\right)^2\left(\frac{2}{6}\right)^2=\mathbf{\frac{8}{27}} \quad \cdots\cdots(答)$$

(2) さいころを3回投げたとき，点Pの座標が0以下となる確率を求めよ。

【解答】

4以下の目が出た回数を n とすると，点Pの座標は

$$2n-(3-n)\leqq 0 \qquad \therefore n\leqq 1$$

したがって求める確率は

$$\begin{aligned}P(n\leqq 1)&=P(n=0)+P(n=1)\\&=\left(\frac{2}{6}\right)^3+{}_3C_1\left(\frac{4}{6}\right)\left(\frac{2}{6}\right)^2\\&=\frac{1}{27}+\frac{6}{27}\\&=\mathbf{\frac{7}{27}} \quad \cdots\cdots(答)\end{aligned}$$

$\boxed{6}$ 赤球4個，白球3個，黒球2個が入った袋から4個の球を同時に取り出す。取り出された赤球の個数を X, 白球の個数を Y とする。(18点)

(1) $X=1$ となる確率を求めよ。

【解答】

$X=1$ となるのは，取り出した4個の球の色が

1個は赤，他の3個は白または黒

となる場合であるから，求める確率は

$$\frac{{}_4C_1\times{}_5C_3}{{}_9C_4}=\frac{40}{126}=\mathbf{\frac{20}{63}} \quad \cdots\cdots(答)$$

(2) X の期待値を求めよ。

【解答】

(1)と同様にして，

$$P(X=0)=\frac{{}_5C_4}{{}_9C_4}=\frac{5}{126}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_5C_2}{{}_9C_4}=\frac{60}{126}$$

$$P(X=3)=\frac{{}_4C_3\times{}_5C_1}{{}_9C_4}=\frac{20}{126}$$

$$P(X=4)=\frac{{}_4C_4}{{}_9C_4}=\frac{1}{126}$$

となるから求める期待値は

$$E(X)=\frac{0\cdot5+1\cdot40+2\cdot60+3\cdot20+4\cdot1}{126}=\mathbf{\frac{16}{9}} \quad \cdots\cdots(答)$$

(3) $X-Y=2$ となる確率を求めよ。

【解答】

取り出された4個の球のうち黒球の個数を Z とすると，$X-Y=2$ となるのは，次の2つの場合である。

(i) $X=2,\ Y=0,\ Z=2$

(ii) $X=3,\ Y=1,\ Z=0$

よって求める確率は

$$\frac{{}_4C_2\times{}_2C_2}{{}_9C_4}+\frac{{}_4C_3\times{}_3C_1}{{}_9C_4}=\mathbf{\frac{1}{7}} \quad \cdots\cdots(答)$$

$\boxed{1}$ の略解

(1) (i) 3の倍数の目が出る確率は $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ であるから，反復試行の定理より ${}_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(1-\frac{1}{3}\right)^3={}_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=\mathbf{\frac{80}{243}}$

(ii) 余事象「5回とも3の倍数でない目が出る」を考えて

$$1-\left(\frac{2}{3}\right)^5=1-\frac{32}{243}=\mathbf{\frac{211}{243}}$$

(2) (i) 1から6までどの目が出る確率も $\frac{1}{6}$ であるから，求める期待値は

$$1\cdot\frac{1}{6}+2\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}+4\cdot\frac{1}{6}+5\cdot\frac{1}{6}+6\cdot\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{7}{2}}$$

(ii) さいころの目の和 X と，$\sin(30X^\circ)$ の値，その確率との関係は

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sin(30X)^\circ$	$\frac{\sqrt3}{2}$	1	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt3}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$P(X)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

となるから，求める期待値は

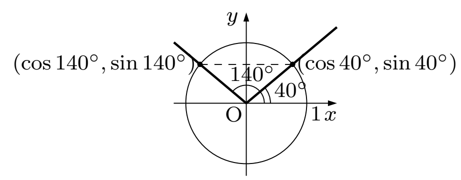
$$\begin{aligned}&\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{1}{36}+1\cdot\frac{2}{36}+\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{3}{36}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{36}\\&+0\cdot\frac{5}{36}-\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{36}-\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{5}{36}-1\cdot\frac{4}{36}\\&-\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{3}{36}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{36}+0\cdot\frac{1}{36}=\mathbf{-\frac{2+\sqrt3}{18}}\end{aligned}$$

(3) (4) 略

(5) $\cos140^\circ=\cos(180^\circ-40^\circ)$
$\quad=-\cos40^\circ$

$\tan190^\circ=\tan(180^\circ+10^\circ)$
$\quad=\tan10^\circ$

$\sin290^\circ=\sin(180^\circ+110^\circ)$
$\quad=-\sin110^\circ=-\sin(180^\circ-70^\circ)=-\sin70^\circ$



あるいは右のような図を用いてもよい。

(6) $\sin\theta+\cos\theta=\frac{5}{4}$ の両辺を平方して

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{25}{16}$$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ であるから

$$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{25}{16} \qquad \therefore \sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}\left(\frac{25}{16}-1\right)=\mathbf{\frac{9}{32}}$$

つぎに

$$\begin{aligned}\sin^3\theta+\cos^3\theta&=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)\\&=\frac{5}{4}\left(1-\frac{9}{32}\right)=\mathbf{\frac{115}{128}}\end{aligned}$$